

به نام خدا

مدلی از قابهای فولادی با مفصلهای نیمه صلب

گردآورنده : بهرام رزمی

مقاله ارسالی برای سایت علمی دانشجویان ایران

www.Daneshju.ir

خلاصه:

اتصال تیر به ستون معمولاً به دو صورت کاملاً صلب یا کمی لولایی مطرح می‌شود. بهر حال امروزه ساختمانهایی که خوب ساخته می‌شوند رفتار واقعی شان از لحاظ ارتباط و اتصالات خود سازه بصورت نیمه صلب است. مقاله حاضر ارایه یک مدل مکانیکی از اتصالات است که در آن از سفتی و سختی مفاصل با استفاده از دوران و حرکت انتقالی فنرها که مفهوم عناصر غیر تغییر شکل پذیر از گره ها را نشان میدهند که وابستگی تغییر مکان به دوران مابین گره ها و عناصر در سازه را شرح میدهد.

نمونه هایی اخیراً منتشر شده اند که در آنها تعمیم و سادگی و کارایی و بهره وری از روشها و مقایسه نتایج در آنها نشان داده شده اند.

کلمات کلیدی:

صلب - نیمه صلب - اتصال - مدل مکانیکی - فریم .

نماد گذاری :

K_1, k_2 : ثابت های الاستیکی فنرها در دوران گره های J, i مربوطه

C_v : ثابت های الاستیکی عمودی فنرها در گره های J, i مربوطه

\emptyset : مساحتی از نمودار لنگر خمشی برای تکیه گاه تیر

nl, ml : فاصله از تکیه گاه سمت چپ و راست از وزن مرکز \emptyset

W : سختی خمشی در واحد طول

Δ_i : جابجایی عمودی نسبی مابین گره های J, i

V_i, M_i, V_j, M_j : واکنش گره های J, i در محل رفرنس

Fe : بردار نیرو در محل رفرنس

تجزیه و تحلیل متعارف و مرسوم از فریم های فولادی که فرض می کنیم اتصالات آنها کاملاً بصورت صلب یا لولایی است . رفتار بسیاری از اتصالات صلبی در واقع تا حدودی بین ایندو طرف است که شامل اثر انعطاف پذیری اتصال قابها می شود ضروری است .

برای ارزیابی رفتار واقعی این قابها باید اثر انعطاف پذیری اتصالات این قابها را بیان کنیم.

در دهه های گذشته کارهای تحقیقاتی گسترده ای با این نسخه ها در آزمایش های مختلف برای بارگذاری استاتیکی مطرح و به مرحله اجرا در آمده و انجام شده که در این راستا مجموعه های گسترده ای از داده ها از آزمونهای مختلف بدست آمده اند.

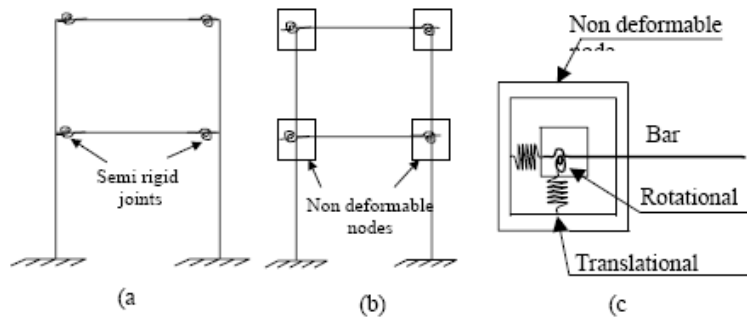
بعضی از محققان مانند کیشی و چن اطلاعات جمع آوری شده و نتایج تجربی بدست آمده را در یک بانک اطلاعاتی اتصالات فولادی در دسترس کاربران قرار داده اند که نه تنها داده ها تست شده اند بلکه برخی از معادلات نیز پیش بینی شده اند. بهر حال هر مهندس سازه به این پایگاه داده ها که حاصل نتایج تجربی است دسترسی دارد.

برای هر اتصال خمشی تیر بوضوح نشان داده شده است که در حال حاضر دوران لنگر غیر خطی است که شامل انواع مختلفی از اتصالات و قطعات مربوطه از اتصالات انعطاف پذیر است چند مدل ریاضی برای دوران خمشی منحنی ها از داده های تجربی ارائه شده اند این مدلها بطور گسترده ای متفاوت هستند که $(M-\theta)$ منحنی اتصالات هستند که اگر بخواهیم آنرا به شکل نمایی نشان دهیم داریم:

$$\Theta = kM^{\alpha}$$

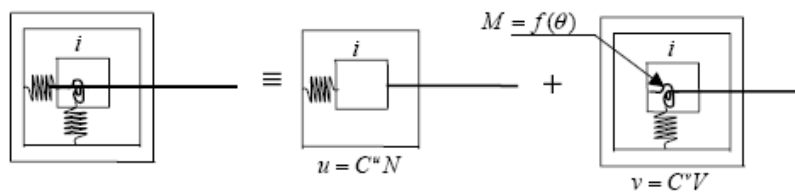
بعلا با بودن تعداد پارامترهای موثر بر رفتار اتصالات مدل سازی دقیق از چنین رفتاری پیچیده می شود در جهان اولیه صلبیت و لنگریت نامحدود هستند که این دو اتصال مهمترین مشخصه رفتاری مفاصل هستند.

برای اثر دادن اثر اتصالات نیمه صلب در قابهای فولادی باید مفهوم عناصر غیر تغییر شکل پذیر در گره ها که وابستگی تغییر مکان به دوران مابین گره ها و عناصر در سازه را نشان میدهد بدانیم. اتخاذ این مدل استوار است بر سه اصل فنرها با دو تغییر مکان و یک دوران و اثر هر فنر که بطور جداگانه در نظر گرفته می شود .



(a): Semi rigid joints; (b): Non deformable node; (c): Bar element and non deformable node.

Figure 1: Mechanical model adopted



(a): Bar element and non deformable node; (b): Axial spring; (c): Translational and rotational springs

Figure 2 :Analogy of three springs

معادلات تعادل و تغییر شکل دورانی :

۱،۱،۲. میلگرد مربوط به نیروی محوری:

$$N_y = -N_{\mu} = N \quad (2.a)$$

$$\Delta_{y\mu} = \frac{Nl}{EA} + C_1^v N + C_2^v N \quad (2.b)$$

۲،۱،۲. مینگرد مربوط به نیروی حرکت انتقالی: وقتی که نیرویی بصورت عمودی اعمال می شود که دوران فنرها بیان شود:

$$V_i + V_j - R = 0 \quad (3.a)$$

$$M_i + M_j + RZ - V_j l = 0 \quad (3.b)$$

دوران تغییر شکل پذیر برای گره i با توجه به شکل ۳:

$$\theta_i = \frac{1}{l}(\Delta_i - C_1^v V_i + C_2^v V_j) + \frac{m\Psi}{\omega l} + \frac{M_i}{3\omega} + k_2 M_j - \frac{M_j}{6\omega} \quad (3.c)$$

و برای گره j:

$$\theta_j = \frac{1}{l}(\Delta_j - C_1^v V_j + C_2^v V_i) - \frac{n\Psi}{\omega l} + \frac{M_j}{3\omega} + k_2 M_i - \frac{M_i}{6\omega} \quad (3.d)$$

در شکل ساده تر شده این معادلات میتواند بصورت زیر نوشته شود :

$$2(A_1 + B)M_i - (1 - 2B)M_j = 6\omega\theta_i - 6\omega\frac{\Delta_i}{l} - 6m\frac{\Psi}{l} \quad (3.e)$$

$$-(1 - 2B)M_i + 2(A_2 + B)M_j = 6\omega\theta_j - 6\omega\frac{\Delta_j}{l} + 6n\frac{\Psi}{l} \quad (3.f)$$

Where $A_1 = (1 + 3k_1\omega)$, $A_2 = (1 + 3k_2\omega)$ and $B = \frac{3\omega(C_1^v + C_2^v)}{l^2}$

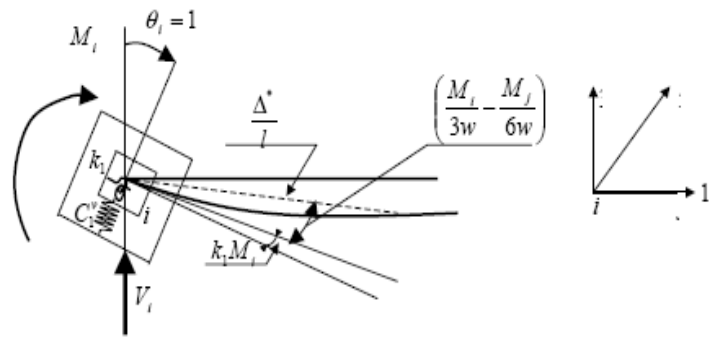


Figure 3: Unit rotation of node "i"

where $\Delta^* = (\Delta_i - C_1^* V_i + C_2^* V_j)$

صلبیت میلگرد:

۱.۲.۲. صلبیت میلگرد برای تغییر مکان $\Delta_j, 1$ در مسیر ۱:

بوسیله تحمل واحد تغییر مکان در گره j و تلاش محوری میلگرد در عبارت زیر:

$$\Delta_{j,1} = N \left(\frac{l}{EA} + C_1^u + C_2^u \right) = 1 \quad (4.a)$$

$$N = \frac{EA}{l + EA(C_1^u + C_2^u)} = a_{11} \frac{EA}{l} \quad (4.b)$$

where:
$$a_{11} = \frac{1}{1 + \frac{EA}{l} (C_1^u + C_2^u)}$$

۲.۲.۱. صلبیت میلگرد برای تغییر مکان گره i :

که بوسیله تحمل گره i و واحد تغییر مکان $\Delta_i, 3=1$ در مسیر ۳ (شکل ۴)

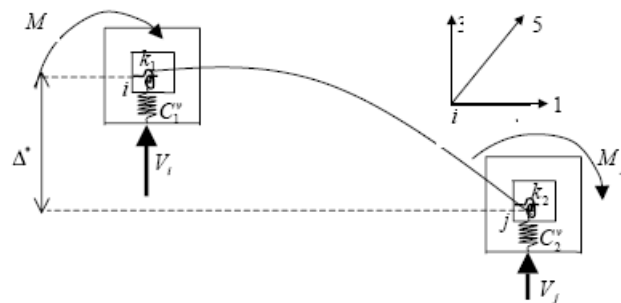


Figure 4: Unit displacement of node "i"

$$M_i = - \frac{(1 + 2A_2)}{4(A_1 + B)(A_2 + B) - (1 - 2B)^2} \frac{6\omega}{l} \quad (5.a)$$

$$M_j = - \frac{(1 + 2A_1)}{4(A_1 + B)(A_2 + B) - (1 - 2B)^2} \frac{6\omega}{l} \quad (5.b)$$

$$V_i = \frac{1 + A_1 + A_2}{4(A_1 + B)(A_2 + B) - (1 - 2B)^2} \frac{12\omega}{l^2} \quad (5.c)$$

۲.۲.۳. صلبیت میلگرد برای دوران حول آکس ۵:

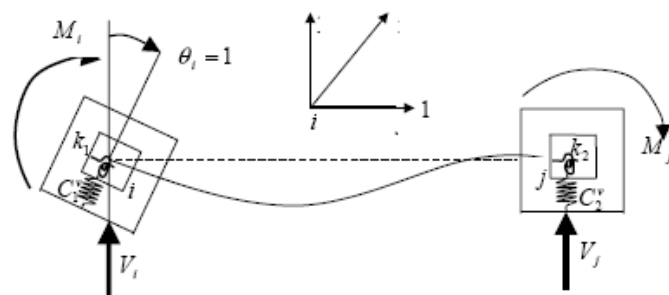


Figure 5: Unit rotation of node $\theta_i = 1$

تحمل گره i در سازه بوسیله دوران $\theta_i = \theta_5 = 1$ حول آکس ۵ که داریم:

$$M_i = \frac{3(A_2 + B)}{4(A_1 + B)(A_2 + B) - (1 - 2B)^2} 4\omega \quad (6.a)$$

$$M_j = \frac{3(1 - 2B)}{4(A_1 + B)(A_2 + B) - (1 - 2B)^2} 2\omega \quad (6.b)$$

$$V_i = -\frac{1 + 2A_2}{4(A_1 + B)(A_2 + B) - (1 - 2B)^2} \frac{6\omega}{l} \quad (6.c)$$

۲،۲،۴. عکس العمل میلگرد برای ثابت های پایانی :

اگر گره J، I در هدف اولیه ما ثابت باشند تلاش درونی پایانی از میلگرد میتواند بوسیله دتر مینانی بدست آید :

$$M_i = -\frac{6\Psi[2m(A_2 + B) - n(1 - 2B)]}{l[4(A_1 + B)(A_2 + B) - (1 - 2B)^2]} \quad (7.a)$$

$$M_j = \frac{6\Psi[2n(A_1 + B) - m(1 - 2B)]}{l[4(A_1 + B)(A_2 + B) - (1 - 2B)^2]} \quad (7.b)$$

ماتریس سختی :

برای ساختن مدل ماتریس سختی که شامل اثر اتصالات انعطاف پذیر است صلبیت K_i از عنصر عکس العمل مسیر i ناشی از واحد تغییر مکان مسیر i است .

گره هایی از تیر بوسیله فریم های غیر تغییر شکل پذیر در پایان آنها نشان داده می شوند. تیری که تحت اثر دورانه های مختلف قابل انعطاف K_1, K_2 در انتهای i قرار میگیرد عبارت دیگر ساختن المنت های مختلف هز ماتریس سختی K_e در رفرنس های محلی معادلات تعادل و دورانه های تغییر شکلها بیان می شوند برای هر المنت i ، K_i .

$$\overline{K}_e = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (8.a)$$

رابطه K_2 در ماتریس سختی بالا برای مثال شرایط خمیدگی بدست می آید بوسیله :

$$k_{21} = -\frac{18 \omega (1 + 2k_2 \omega)}{4(1 + 3k_1 \omega)(1 + 3k_2 \omega) - 1} \quad (8.b)$$

$$k_{22} = \frac{12 \omega (1 + 3k_2 \omega)}{4(1 + 3k_1 \omega)(1 + 3k_2 \omega) - 1} \quad (8.c)$$

$$k_{23} = -k_{21} \quad (8.d)$$

$$k_{24} = \frac{6 \omega}{4(1 + 3k_1 \omega)(1 + 3k_2 \omega) - 1} \quad (8.e)$$

بردار بار در نزدیکی گره: وقتی که تیر با قابلیت انعطاف پذیری مختلف k_1, k_2 یا هر دو در انتهای ثابت هستند بار خارجی q در بردار بار در نزدیکی گره بدست می آید از رفرنس های محلی زیر :

$$\overline{F}_e = [\overline{X}_i, \overline{Y}_i, \overline{M}_i, \overline{X}_j, \overline{Y}_j, \overline{M}_j]^T = [0, -V_i, -M_i, 0, -V_j, -M_j]^T \quad (9)$$

در رفرنس های جهانی ماتریس سختی و بردار نیرو از روابط زیر بدست می آید:

$$K_e = T_e^T \overline{K}_e T_e \quad (10.a)$$

$$F_e = T_e^T \overline{F}_e = [V_i \sin \beta, -V_i \cos \beta, -M_i, V_j \sin \beta, -V_j \cos \beta, -M_j]^T \quad (10.b)$$

اگر بخواهیم T_e را در یک ماتریس سختی نشان دهیم داریم :

$$T_e = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \cos \beta & \sin \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

که زاویه تعریف جهت گیری از این عنصر را با توجه به مرجع جهانی سیستم نشان میدهد در نهایت نیروهای داخلی با استفاده از معادله شناخته شده زیر محاسبه می شوند :

$$[K_e]\{U_e\} = \{F_e\}$$

توجه به کمانش :

سیستم معادله تعادل در حال حاضر در حالت تغییر شکل در میلگردها موقعی برقرار میشود که اتصالات نیمه صلب هستند . در اینجا اثر اتصالات نیمه صلب در بار کمانش از فریم های فولاد در نظر گرفته شده اند . به منظور ابراز شرایط K_2 برای مثال از ماتریس سختی به ما این اجازه را می دهند که ستون با اتصالات نیمه صلب (شکل ۶) معادلات تعادل بفرم زیر بیان می شوند :

$$H_i = H_j = H \quad (12.a)$$

$$M_x = Ny + Hx - M_j \quad (12.b)$$

$$M_i = Hl - M_j \quad (12.c)$$

معادلات دیفرانسیل پیروی می کنند از معادلات زیر :

$$EIy''(x) = -Ny - Hx + M_j \quad (13.a)$$

$$y''(x) + \alpha^2 y = -\frac{Hx + M_j}{EI} \quad (13.b)$$

$$\text{Where } \alpha^2 = \frac{N}{EI}$$

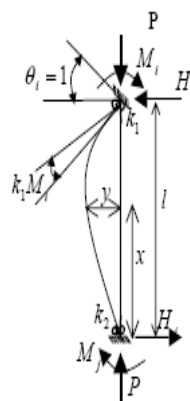


Figure 6: Bar element with semi rigid joints

رابطه زیر راه حل کلی از معادله بالا می باشد

$$y(x) = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x + y_p \quad (13.c)$$

از آنجا Y_p و A و B هستند که به ترتیب راه حل ویژه و یکپارچه ثابت مشخص هستند که با استفاده از شرایط مرزی ساپورت می شوند

$$y(0) = 0 \text{ leads to } B = -\frac{M_j}{\alpha^2 EI} \quad (13.d)$$

$$y(l) = 0 \text{ leads to } A = \frac{1}{\alpha^2 EI \sin \alpha l} [M_j (\cos \alpha l - 1) + Hl] \quad (13.e)$$

Hence,

$$y(x) = \frac{\sin \alpha x}{\alpha^2 EI \sin \alpha l} [M_j (\cos \alpha l - 1) + Hl] - \frac{M_j \cos \alpha x}{\alpha^2 EI} - \frac{Hx + M_j}{\alpha^2 EI} \quad (14)$$

The derivative:

$$y'(x) = \frac{\alpha \cos \alpha x}{\alpha^2 EI \sin \alpha l} [M_j (\cos \alpha l - 1) + Hl] + \frac{\alpha M_j \sin \alpha x}{\alpha^2 EI} - \frac{H}{\alpha^2 EI} \quad (15)$$

The reactions H, M_j and M_i are determined employing the boundary conditions

$$y'(0) = k_2 M_j \quad (16.a)$$

$$y'(l) = -1 + k_1 M_i \quad (16.b)$$

We obtain :

$$H = \frac{w}{l} \xi_1(v) \quad (17.a)$$

$$M_j = w \phi_1(v) \quad (17.b)$$

$$M_i = w \phi_2(v) \quad (17.c)$$

Where $v = \alpha l$

From which the terms of k_{2j} are derived (see Table 1)

Table 1: k_{2j} expressions in several situations

Both axial force and semi rigid connections are accounted	Only axial force is accounted
$k_{21} = \frac{EI v^2 [1 - \cos v + k_2 v w \sin v]}{l^2 D}$	$k_{21} = \frac{EI v^2 [1 - \cos v]}{l^2 (2 - 2 \cos v - v \sin v)}$
$k_{22} = \frac{EI v [\sin v - v \cos v + k_2 v^2 w \sin v]}{l D}$	$k_{22} = \frac{EI v [\sin v - v \cos v]}{l (2 - 2 \cos v - v \sin v)}$
$k_{23} = -\frac{EI v^2 [1 - \cos v + k_2 v w \sin v]}{l^2 D}$	$k_{23} = -\frac{EI v^2 [1 - \cos v]}{l^2 (2 - 2 \cos v - v \sin v)}$
$k_{24} = \frac{EI v [v - \sin v]}{l D}$	$k_{24} = \frac{EI v [v - \sin v]}{l (2 - 2 \cos v - v \sin v)}$

Where $D = (2 - 2 \cos v - v \sin v) + \xi(v, k_1, k_2)$

روال کار همانند بدست آوردن تمام اجزای سازنده ماتریس است و برای بدست آوردن کمانش بار برای قاب وقتی که I برابر صفر است :

$$de[K] = 0$$

مثال :

در قاب زیر وقتی که طول آن برابر ۲۰ متر و ارتفاعات آن ۲۰ و ۱۵ متر باشد تحت فشار بار متمرکز $P = ۱۲ \text{ kn}$ و بار گسترده $q = ۲,۴$ قرار میگیرد. در حال حاضر ستونهای AB و DC که تحت بارهای قابل انعطاف مختلف قرار گرفته اند که در آنها k_1 و k_2 و k_5 و k_6 مربوط به ستونها و k_3 و k_4 مربوط به تیر هستند با توجه به شکل ۷ :

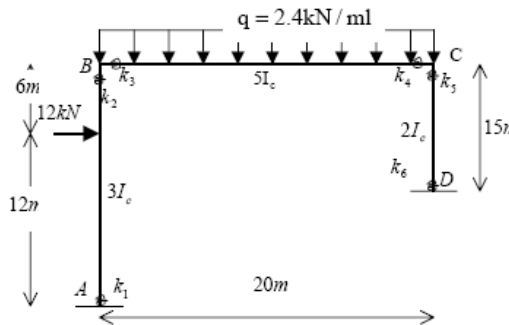


Figure 7: Example of the reference [11]

در حالت خمش دوران فنر ضروری است و از اینرو معادلات تغییر شکل چرخشی بالا کاهش می یابد و بصورت زیر بیان می شوند :

$$M_i = -\frac{6\Psi[2m(1+3k_2\omega)-n]}{l[4(1+3k_1\omega)(1+3k_2\omega)-1]}$$

$$M_j = \frac{6\Psi[2n(1+3k_1\omega)-m]}{l[4(1+3k_1\omega)(1+3k_2\omega)-1]}$$

$$V_i = \frac{M_i + M_j - RZ}{l}$$

جدول ۲ خلاصه اطلاعات زیر را برای محاسبه هر عنصر نشان میدهد :

Table 2: Example data [11]

Elements	1	2	3 (No charge)
Ψ [m ²]	432m ²	1600m ²	-
m	0.444	0.5	-
n	0.555	0.5	-
$1+3k_w$	2.5	1.666	3.333
$1+3k_y$	2.0	2.5	1.25
M_i [kN.m]	-9.262	-61.28	-
M_j [kN.m]	17.684	35.744	-

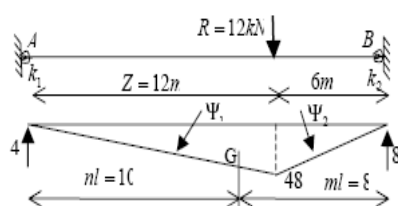


Figure 7: a Area of bending moment diagram for a simply supported beam.

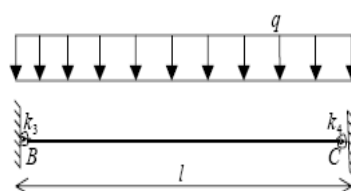


Figure 7: b. Beam element

ماتریس سختی در سازه بوسیله ساده کردن عناصر بدست می آید و نیروهای داخلی با استفاده از معادله با شش درجه آزادی محاسبه میشوند :

$$F = \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ H \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -17.684 & +61.28 \\ -35.744 \\ 8.468 \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} 43.592 \\ -35.744 \\ 8.468 \end{Bmatrix}$$

$$[K_e][U_e] = \{F_e\}$$

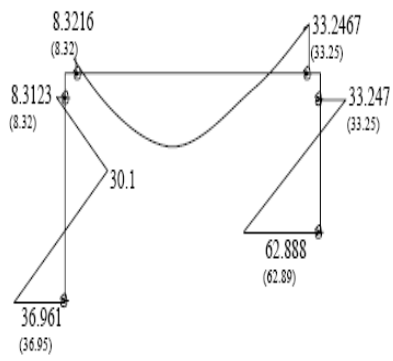


Figure 8: Bending moment diagram (kN.m), present study and [11]

خم شدن نهایی نمودار لنگر خمشی ارتباط بسیار خوبی با نتایج عددی بدست آمده توسط نویسنده از مرجع دارد .

نتیجه گیری :

نفوذ از انعطاف پذیری اتصالات در قابهای فولادی میباشد که مورد بررسی و تجزیه و تحلیل از طریق یک مدل مکانیکی ارایه شد . همچنین مفاصل نیمه صلب نقش قابل توجهی در کمانش قابها دارد و اثر کمانش در تجزیه و تحلیل خطی فریم های فولاد در نمونه توضیح داده شده قاب ساده مورد بررسی قرار گرفت که مقایسه بین نتایج بدست آمده مشابه هستند .

- [5] Ihaddoudène, A.N.T., and Chemrouk, M., 2004, "Influence of Semi-Rigid Joints on the Behaviour of Steel Beam-Column Structures," Proc. of the International Conference on Computational & Experimental Engineering & Science., Paper No.249, Madeira.
- [6] Jaspard, J.P., 1991, "Etude de la semi-rigidité des nœuds poutre-colonne et son influence sur la résistance et la stabilité des ossatures en acier," Ph.D. thesis, University of Liège.
- [7] Azizinamini, A., Bradburn, J.H., and Radziminski, J.B, 1987, "Initial stiffness of semi-rigid beam-to-column connections," J. Constr. Steel Research., 8, pp. 71-90.
- [8] Nethercot, D.A., and Zandonini, R., 1989, Methods of prediction of joints behaviour: beam-to-column connections, Structural Connection: stability and strength, edited by Narayanan, R., Elsevier Applied Science, London and NY, Chap. 2.
- [9] Atamaz, S.W., 1991, "Semi-rigid joint modelling for nonlinear analysis of flexibly connected frames," Ph.D. thesis, Swiss Federal Polytechnic School, Lausanne.
- [10] Aribert, J.M., Braham, M., and Lachal, A., 2004, "Testing of simple joints and their characterisation for structural analysis," J. Constr. Steel Research., 60, pp. 659-681.
- [11] Wang, C.K., 1983, Intermediate Structural Analysis, McGraw-Hill, Chap.18.